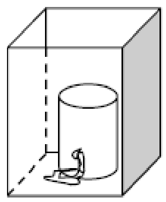
MATEMÁTICA – PROFESSOR AMBRÓSIO ELIAS

CILINDRO, CONE E ESFERA

01. (UFAC/2008) Um balde cilíndrico cheio de água e com base medindo 0,4 m de diâmetro, desprezada a espessura de suas paredes, é posto em uma caixa de vidro "vazia", de base quadrada com 0,8 m de lado. A altura do cilindro é de 0,5 m, cabendo totalmente dentro da caixa. Imagine agora que por um pequeno orifício, a uma altura de 0,2 m da base, permitimos que a água escoe para fora do cilindro, mas para dentro da caixa. Cessado o escoamento, pode ser observado que:

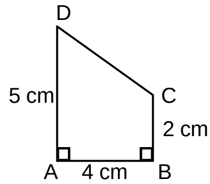


a) o volume de água dentro do cilindro é igual a V = $0{,}08\pi$ m^3.
b) os volumes de água dentro do cilindro e fora dele, mas dentro da caixa, são iguais.
c) o volume de água dentro do cilindro é maior do que o que está fora dele, mas dentro da caixa.
d) o volume de água fora do cilindro, mas dentro da caixa, é igual a V = 0,192 m^3.
e) o volume de água dentro do cilindro é igual a V = $0{,}008\pi$ m^3.

02. (UPE/2007) A área da base de um cone circular reto é equivalente à área da secção meridiana. Sabendo-se que o raio da base mede 1 m, julgue as afirmações seguintes e conclua.

I	II	
0	0	A altura do cone é igual a π m
1	1	A geratriz do cone mede $(\pi + 1)$ m
2	2	A área da base do cone é π m^2
3	3	A área lateral do cone mede $(\pi^3 + \sqrt{\pi})$ m^3
4	4	O volume do cone é igual a $\dfrac{\pi^2}{3}$ m³

03. (UEPB/2007) A área total do sólido obtido através da rotação da figura plana ABCD em torno de AD, é igual a:



a) 60 π cm^2
b) 88 π cm^2
c) 104 π cm^2
d) 14 π cm^2
e) 52 π cm^2

04. (UEPG/2008) Planificando a superfície lateral de um cone reto de revolução, de raio R e geratriz g, obtém-se um setor circular de 200º. A partir destes dados, assinale o que for correto.

01) Se θ é o ângulo formado pela geratriz com o eixo do cone, então $\operatorname{sen}\theta = \dfrac{5}{9}$

02) $g = \dfrac{9}{5}R$

04) Se h é a altura do cone, então $h = \dfrac{2R\sqrt{14}}{5}$

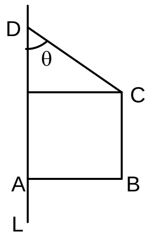
08) Se R = 5 cm, então a área da superfície lateral do cone vale 45π cm^2 .

05. Divide-se a altura de um cone circular reto de volume V em três partes de medidas iguais. Pelos pontos de divisão são traçados planos paralelos à base. O volume do tronco de cone compreendido entre esses planos é igual a:

a) $\dfrac{1}{27}V$ b) $\dfrac{5}{27}V$ c) $\dfrac{7}{27}V$ d) $\dfrac{8}{27}V$ e) V

06. (Escola Naval/2008) O trapézio regular ABCDA, representado na figura abaixo, faz uma rotação completa em torno do eixo /, gerando um sólido **S**. Sabendo que os segmentos AB e BC e o ângulo θ tem por medida 8 cm, 8 cm e

30º, respectivamente, e que o volume de **S** vale o dobro do volume de uma esfera de raio **R**, pode-se concluir que o comprimento de **R**, em cm, é:

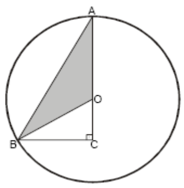


a) $2(\sqrt{3}+1)^{1/3}$
b) $4(\sqrt{3}+3)^{1/3}$
c) $2(\sqrt{3}+3)^{1/3}$
d) $8(\sqrt{3}+1)^{1/3}$
e) $4(\sqrt{3}+1)^{1/3}$

07. O volume de uma esfera inscrita no cone de revolução cujo raio da base mede 6 cm e cuja área lateral tem 60π cm², é:
a) 12π cm³ b) 36π cm³ c) 48π cm³ d) 60π cm³ e) 96π cm³

08. (IME/2008) A área de uma calota esférica é o dobro da área do seu círculo base. Determine o raio do círculo base da calota em função do raio R da esfera.

09. (UFBA/2002) Na circunferência abaixo, o centro O pertence ao segmento AC, o raio mede 2 u.c., e o ângulo AÔB, $\frac{2\pi}{3}$ rad. Nessas condições, calcule:



a) O comprimento do segmento BC
b) A área do triângulo AÔB
c) O volume do sólido de revolução obtido ao girar-se o triângulo AÔB em trono da reta que contém segmento AC.

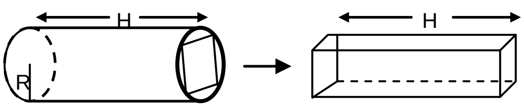
10. (AFA/2007) Considere um triângulo retângulo inscrito em uma circunferência de raio R, tal que a projeção de um dos catetos sobre a hipotenusa mede, em cm, $\frac{R}{m}$ ($m \geq 1$). Considere a esfera gerada pela rotação desta circunferência em torno de um dos seus diâmetros. O volume da parte desta esfera, que não pertence ao sólido gerado pela rotação do triângulo em torno da hipotenusa é, em cm³, dado por:

a) $\frac{2}{3}\pi R^3\left(\frac{m-1}{m}\right)^2$ b) $\frac{2}{3}\pi R^3\left[1-\frac{m+1}{m}\right]^2$ c) $\frac{2}{3}\pi R^3\left(\frac{m+1}{m}\right)^2$ d) $\frac{2}{3}\pi R^3\left[1+\left(\frac{m-1}{m}\right)^2\right]$

11. Considere uma lata de óleo de um formato cilíndrico que, originalmente, comportava o volume de 1 litro de óleo e, atualmente, passou a comportar 0,9 litros. Assumindo-se $\log_{0,9} 0,95 = 0,5$, e admitindo-se que a altura da lata permaneceu a mesma, a redução percentual do raio da sua base foi igual a:
a) 95% b) 90% c) 85% d) 10% e) 5%

12. (UFP/2007) Na venda de bolas de tênis, são utilizadas embalagens em forma de cilindro circular reto, cujo diâmetro interno mede $\sqrt{\frac{128}{\pi}}$ cm e corresponde a um terço da altura interna. A área, em cm², da superfície lateral de cada embalagem é:
a) 96 b) 128 c) 128π d) 384 e) 384π

13. (UFRN/2007) Um tronco de madeira, em forma de cilindro, de altura H e raio R, é transformado em uma barra de madeira, em forma de paralelepípedo de base quadrada, com aproveitamento máximo da madeira.



Sabendo-se que o volume original do tronco era $V = \pi \times R^2 \times H$, é correto afirmar que o volume da barra é:
a) $3R^2 \times H$ b) $R^2 \times H$
c) $2R^2 \times H$ d) $4R^2 \times H$

14. Um cone tem altura medindo h e área da base igual a 54. A distância h/3 do vértice do cone traça-se um plano paralelo à sua base. A área da secção que o plano determina no cone é:

a) $\frac{19}{7}$ b) 6 c) $\frac{181}{17}$ d) $\frac{3\pi}{2}$

15. (UFPI) A hipotenusa de um triângulo mede 6 cm e um dos ângulos agudos deste triângulo mede 30º. Girando-se este triângulo em torno do cateto menor obtém-se um cone. O volume desse cone, em cm³, é igual a:

a) 18π b) 21π c) 24π d) 27π e) 30π

16. (Fatec-SP) O volume de uma esfera circunscrita a um cubo cuja aresta mede a é:

a) $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$ b) $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$ c) $\pi a^3\sqrt{3}$ d) $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$ e) $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{4}$

17. A razão entre o volume da esfera circunscrita a um cubo e o volume da esfera inscrita no mesmo cubo vale:

a) $\sqrt{3}$ b) $3\sqrt{3}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ d) $2\sqrt{3}$ e) 5

18. (PUC-RS) Dois planos paralelos interceptam uma esfera de raio 4 cm, determinando duas secções tais que a área de uma é o quádruplo da área da outra. Se um desses planos contém o centro da esfera, a distância entre eles, em cm, é:

a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{3}$ c) 2 d) 3 e) $2\sqrt{3}$

19. Um retângulo de 4 cm de comprimento e 3 cm de largura gira ao redor de um eixo, situado no seu plano, paralelo ao maior lado e à distância de 1 cm desse lado. Calcule o volume do sólido gerado pela revolução.

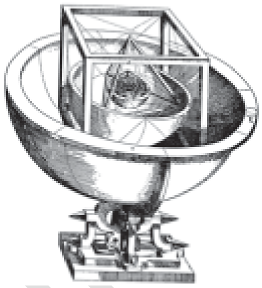
20. O volume gerado por um hexágono regular de lado **a** em torno de um de seus lados é igual a:

a) $9\pi a^3/2$ b) $\pi a^3/2$ c) $5\pi a^3/2$ d) $3\pi a^3/2$ e) $3\pi a^3$

21. (UFC/2008) Duas esferas de raios iguais a **r** são colocadas no interior de um tubo de ensaio sob a forma de um cilindro circular reto de raio da base **r** e altura **4r**. No espaço vazio compreendido entre as esferas, a superfície lateral e as bases, superior e inferior, do tubo de ensaio, coloca-se um líquido. Então, o volume desse líquido é:

a) $\frac{2}{3}\pi r^3$ b) $\frac{3}{4}\pi r^3$ c) $\frac{4}{3}\pi r^3$ d) $2\pi r^3$ e) $4\pi r^3$

22. (UFF/2010)



Em 1596, em sua obra Mysterium Cosmographicum, Johannes Kepler estabeleceu um modelo de cosmos onde os cinco poliedros regulares são colocados um dentro do outro, separados por esferas. A idéia de Kepler era relacionar as órbitas dos planetas com as razões harmônicas dos poliedros regulares.

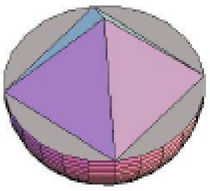
A razão harmônica de um poliedro regular é a razão entre o raio da esfera circunscrita e o raio da esfera inscrita no poliedro. A esfera circunscrita a um poliedro regular é aquela que contém todos os vértices do poliedro. A esfera inscrita, por sua vez, é aquela tangente a cada uma das faces do poliedro.

A razão harmônica de qualquer cubo é igual a:

a) 1 b) 2 c) $\sqrt{2}$ d) $\sqrt{3}$ e) $\sqrt[3]{2}$

MATEMÁTICA – PROFESSOR AMBRÓSIO ELIAS

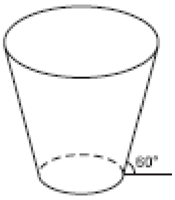
23. (UFCG/2010) Em homenagem ao Ano Internacional da Matemática, um artista propôs a construção de uma pirâmide posicionada sobre um hemisfério. A base da pirâmide é um quadrado inscrito no círculo da base do hemisfério, como pode ser visto na figura abaixo. Se o volume da parte esférica e o volume da parte em forma de pirâmide são iguais, qual a razão entre o comprimento da aresta da base da pirâmide e a altura da pirâmide?



a) $\frac{\pi}{2}$ b) $\sqrt{\frac{\pi}{3}}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$

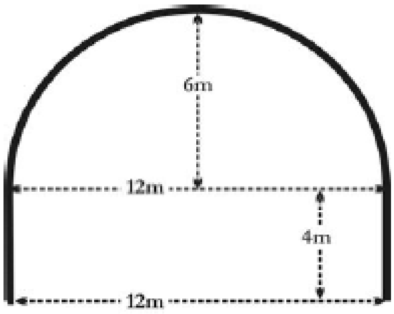
d) $\frac{\sqrt{\pi}}{3}$ e) $\frac{3}{2}$

24. (ENEM/2010) Uma empresa precisa comprar uma tampa para seu reservatório, que tem a forma de uma tronco de cone circular reto, conforme mostrado na figura. Considere que a base do reservatório tenha raio $r = 2\sqrt{3}$ m e que sua lateral faça uma ângulo de 60º com o solo. Se a altura do reservatório é 12 m, a tampa a ser comprada deverá cobrir uma área de



a) $12\,\pi$ m²
b) 108π m²
c) $(12 + 2\sqrt{3})^2\pi$ m²
d) 300π m²
e) $(24 + 2\sqrt{3})^2\pi$ m²

25. (UFPB/2010) Em uma cidade, há um túnel reto de um quilômetro de comprimento, cujas seções transversais, perpendiculares ao túnel, são todas congruentes e têm o formato de um retângulo de 12 metros de largura por 4 metros de altura, com um semicírculo em cima, cujo raio mede 6 metros, conforme a figura abaixo. Para pintar a parte interna desse túnel (o chão não será pintado) serão utilizados galões de tinta, sendo cada galão suficiente para pintar até 20 metros quadrados.

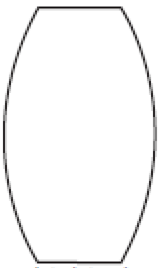


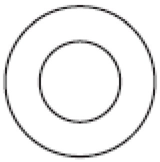
Com base nessas informações, é correto afirmar que, para pintar a parte interna do túnel, o número mínimo necessário de galões de tinta é de: Use $\pi = 3{,}14$

a) 1926
b) 1822
c) 1634
d) 1488
e) 1342

26. (IBMEC/2010) Na figura estão representadas a vista lateral e superior de um vaso. As duas circunferências que aparecem na vista superior são concêntricas e têm raios iguais a 10 cm e 15 cm.

Se a altura do vaso mede $\frac{525}{11}$ cm, o volume do vaso está entre (adote $\pi = \frac{22}{7}$)


vista lateral


vista superior

a) 5,00 e 8,00 litros.
b) 9,00 e 12,25 litros.
c) 15,00 e 33,75 litros.
d) 35,00 e 50,00 litros.
e) 67,50 e 80,00 litros.

27. (ENEM/2010) Um artista plático construiu, com certa quantidade de massa modeladora, um cilindro circular reto cujo diâmetro da base mede 24 cm e cuja altura ede 15 cm. Antes que a massa secasse ele resolveu transformar aquele cilindro em uma esfera. Volume da esfera $V_{esfera} = \frac{4\pi r^3}{3}$. Analisando as características das figuras geométricas envolvidas, conclui-se que o raio R da esfera assim costruída é igual a:

a) 15 b) 12 c) 24 d) $3\sqrt[3]{60}$ e) $6\sqrt[3]{60}$

28. (UFPE) Um cone reto tem altura $12\sqrt[3]{2}$ cm e está cheio de sorvete. Dois amigos vão dividir o sorvete em duas partes de mesmo volume, usando um plano paralelo à base do cone. Qual deverá ser a altura do cone menor assim obtido?

a) 12 cm b) $12\sqrt{2}$ cm c) $12\sqrt{3}$ cm d) $10\sqrt{2}$ cm e) $10\sqrt{3}$ cm