MATEMÁTICA – PROFESSOR AMBRÓSIO ELIAS

FUNÇÃO LOGARÍTMICA

01. (ITA/2007) Sejam x, y e z números reais positivos tais que seus logaritmos numa dada base k são números primos satisfazendo $\log_k (xy) = 49$, $\log_k (x/z) = 44$. Então, $\log_k (xyz)$ é igual a:
a) 52 b) 61 c) 67 d) 80 e) 97

02. (IME/2007) Considere o sistema de equações dado por $\begin{cases} 3\log_3 \alpha + \log_9 \beta = 10 \\ \log_9 \alpha - 2\log_3 \beta = 10 \end{cases}$ onde α e β são números reais positivos. Determine o valor de $P = \alpha\beta$.

03. (UFPE/2007) Se x e y são números reais positivos satisfazendo $\log_8 x + \log_4 y^2 = 6$ e $\log_4 x^2 + \log_8 y = 10$, qual o valor de $\sqrt{xy}$?

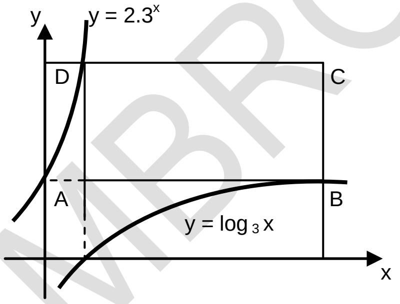
04. (VUNESP/2006) Uma escala logarítmica foi construída para representar valores muito pequenos de uma variável x, usando a fórmula $y = -\log_{10} x$. A tabela mostra dois desses valores

x	x_1	. . .	x_2	. . .
$y = -\log_{10} x$	1,9	. . .	4,9	. . .

a) Por quanto devemos multiplicar x_2 para obter x_1 ?
b) Se $x_3 = 0{,}0000001$, qual deve ser o valor correspondente y_3 nessa escala ?

05. (UNIFESP) Com base na figura, o comprimento da diagonal AC do quadrilátero ABCD, de lados paralelos aos eixos coordenados, é:

a) $2\sqrt{2}$
b) $4\sqrt{2}$
c) 8
d) $4\sqrt{5}$
e) $6\sqrt{3}$



06. (UNICAMP/2008) A escala de um aparelho de medir ruídos é definida como $R_\beta = 12 + \log_{10} I$, em que R_β é a medida do ruído em bels, e I é a intensidade sonora, em W/m². No Brasil, a unidade mais usada para medir ruídos é o decibéis, enquanto o trafego em uma esquina movimentada de uma grande cidade atinge 80 decibéis, que é o limite para o qual o ruído passa a ser nocivo ao ouvido humano.
a) Escreva uma fórmula que relacione a medida do ruído $R_{d\beta}$, em decibéis, com a intensidade sonora I, em W/m². Empregue essa fórmula para determinar a intensidade sonora máxima que o ouvido humano suporta sem sofrer qualquer dano.
b) Usando a fórmula dada no enunciado ou aquela que você obteve no item (a), calcule a razão entre as intensidades sonoras do motor de um avião a jato e do trafego em uma esquina movimentada de uma grande cidade.

07. Determine o valor mínimo da função $f : [1, 9] \to R$, tal que:

$$f(x) = \log_3^6 x - 12 \,.\, \log_3^3 x \,.\, (\log_3 \frac{\sqrt[3]{9}}{x} + \frac{1}{2} \,.\, \log_3^2 x)$$

08. (FGV/2008) Adotando $\log 2 = 0{,}301$, a melhor aproximação de $\log_5 10$ representada por uma fração irredutível de denominador 7 é:
a) 8/7 b) 9/7 c) 10/7 d) 11/7 e) 12/7

CURSO AMBRÓSIO ELIAS

MATEMÁTICA – PROFESSOR AMBRÓSIO ELIAS

09. (FGV/2008) Em regime de juros compostos, um capital inicial aplicado à taxa mensal de juros i irá triplicar em um prazo, indicado em meses, igual a
a) $\log_{1+i} 3$. b) $\log_i 3$. c) $\log_3 (1 + i)$. d) $\log_3 i$. e) $\log_{3i} (1 + i)$.

10. (UFPA/2006) As populações A e B de duas cidades são determinadas em milhares de habitantes pelas funções: $A(t) = \log_4 (2 + t)^5$ e $B(t) = \log_2 (2t + 4)^2$, nas quais a variável t representa o tempo em anos. Essas cidades terão o mesmo número de habitantes no ano t, que é igual a
a) 6 b) 8 c) 10 d) 12 e) 14

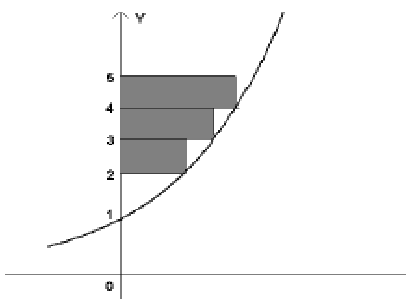
11. (UNESP/2008) O brilho de uma estrela percebido pelo olho humano, na Terra, é chamado de magnitude aparente da estrela. Já a magnitude absoluta da estrela é a magnitude aparente que a estrela teria se fosse observada a uma distância padrão de 10 parsecs (1 parsec é aproximadamente 3×10^{13} km). As magnitudes aparente e absoluta de uma estrela são muito úteis para se determinar sua distância ao planeta Terra. Sendo m a magnitude aparente e M a magnitude absoluta de uma estrela, a relação entre m e M é dada aproximadamente pela fórmula $M = m + 5 . \log_3 \left(3 . d^{-0,48}\right)$ onde d é a distância da estrela em parsecs. A estrela Rigel tem aproximadamente magnitude aparente 0,2 e magnitude absoluta −6,8. Determine a distância, em quilômetros, de Rigel ao planeta Terra.

12. (UNESP/2008) A função $f(x) = 500.\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{x}{10}}$, com x em anos, fornece aproximadamente o consumo anual de água no mundo, em km³, em algumas atividades econômicas, do ano de 1900 (x = 0) ao ano 2000 (x = 100). Determine, utilizando essa função, em que ano o consumo de água quadruplicou em relação ao registrado em 1900. (Use as aproximações log 2 = 0,3 e log 5 = 0,7)

13. (UFU/2008.2) Considere uma circunferência de raio 0,25, cujo centro (da mesma) desliza sobre o gráfico da função $f(x) = 5^x$, $x \in$ IR. Sabendo-se que o início do deslizamento se deu a partir do ponto do plano de coordenadas (0,1), no sentido negativo do eixo das abscissas Ox, e o término desse deslizamento se deu quando a circunferência tocou o eixo Ox pela primeira vez em um ponto T, pode-se afirmar que a distância de T ao eixo das ordenadas é igual a
a) $4 \log_5 2$ b) $– 2 \log_5 2$ c) $2 \log_5 2$ d) $– 4 \log_5 2$

14. (CEFET-PA) Uma pessoa empresta a um amigo R$ 2.000,00. Para ajudar o amigo, solicitou que este fizesse o pagamento em várias parcelas, sendo que no 1º mês deveria pagar a metade do valor do empréstimo; no mês seguinte, a metade do que restou e assim sucessivamente, até que a prcela chegue ao valor de aproximadamente R$ 4,00, sendo essa a última parcela. Sendo n o número de parcelas a serem pagas, então n pode ser dado por:
a) $n = 3 + 3.\log_2 5$ b) $n = 1 + 2.\log_2 5$ c) $n = 2 – 3. \log_2 5$
d) $n = 3 + 5. \log_2 5$ e) $n = 2 + 3. \log_2 5$

15. (UPE/2007) O gráfico abaixo representa a função definida por $f(x) = 2^x$, $x \in \Re$. A área da região hachurada é igual a



a) $1 + \log_3 2$
b) $3 + \log_3 2$
c) $3 + \log_2 3$
d) $1 + \log_2 3$
e) $\log_2 3. \log_3 2$

CURSO AMBRÓSIO ELIAS

MATEMÁTICA – PROFESSOR AMBRÓSIO ELIAS

16. (UFPB) A solução da equação $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_4 x} + \frac{1}{\log_8 x} = 3$ é:

a) 2 b) 4 c) 16 d) 1 e) 6

17. (UNEMAT) Algumas pessoas acreditam que a população da Terra não pode exceder 40 bilhões de pessoas. Se isto for verdade, então a população P, em bilhões, t anos depois de 1990, poderia ser modelada pela função $P(t) = \frac{40}{1 + e^{-0{,}08t}}$. Segundo este modelo, aproximadamente quando a população atingiria 30 bilhões? (Use para ln 3 = 1,099)

a) em 2004 b) em 2084 c) 2048 d) 2020 e) 2100

18. (UDESC/2010) Ache a solução da equação log(x – 3) + log(x + 2) = log(2x + 4)

19. (UEPB/2009) A solução da inequação $(0{,}05)^{\log_2 (x-1)} - 1 \geq 0$ é:

a) $1 < x \leq 3$ b) $1 < x \leq 2$ c) $0 \leq x \leq 2$ d) $x \leq 2$ e) $x > 1$

20. (UDESC/2010) Sabendo que $x \in R$, resolva a inequação $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -3$.

21. (CEFET-AL/2010) O conjunto solução da inequação $\log_2(3x - 1) - \log_4(x + 1) \geq \frac{1}{2}$ é

a) $S = \varnothing$
b) $S = \{x \in R\}$
c) $S = \{x \in R / x < 1\}$
d) $S = \{x \in R / -1 < x \leq 1/5 \text{ ou } x \geq 1\}$
e) $S = \{x \in R / x \geq 1\}$

22. (UNIRIO/2009) O Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) é uma medida comparativa de riqueza, alfabetização, educação, esperança de vida, natalidade e outros fatores para os diversos países do mundo. É uma maneira padronizada de avaliação e medida do bem-estar de uma população, especialmente bem-estar infantil. Todo ano, os países membros da ONU são classificados de acordo com essas medidas. Para se calcular o Índice de Desenvolvimento Humano-Renda (IDH-R, determina-se o PIB per capta do país em dólares (P), e, em seguida, aplica-se a fórmula IDH-R = $\frac{(\log_{10} P) - 2}{2{,}6}$. Se um determinado país possui IDH-R = $\frac{10}{13}$, podemos afirmar que seu PIB per capta P é

a) US\$ 8500,00
b) US\$ 9000,00
c) US\$ 9500,00
d) US\$ 10000,00
e) US\$ 10500,00

23. (UESPI/2009) Suponha que, ao colocarmos 25kg de açúcar na água, a quantidade de açúcar que permanece inalterada, após t horas, seja dada pela função $A(t) = 25e^{-ct}$, com c sendo uma constante real, e A(t) medido em kg. Se, após três horas, a quantidade de açúcar restante era de 10 kg, quanto tempo será necessário para que restem 5 kg de açúcar? Dados: use as aproximações ln 0,4 ≈ –0,92 e ln 0,2 ≈ –1,61.

a) 5h5 b) 5h10 c) 5h15 d) 5h20 e) 5h25

24. (UCS/2009) Num lago poluído, água limpa flui para o seu interior na mesma taxa com que água poluída escoa para fora. Biólogos avaliaram as condições desse lago e concluíram que, se não houver nenhum outro tipo de intervenção, a quantidade de poluentes que estará presente no lago no decorrer dos anos pode ser estimada pela função $Q(t) = Q_0 . e^{-0{,}38t}$, em que Q_0 é a quantidade de poluentes presentes no lago no momento da avaliação e t é o tempo, em anos, a partir do momento da avaliação.

25. Segundo as estimativas dos biólogos, quanto tempo (de forma aproximada) levará para que 90% da poluição seja removida do lago? (Dado: $e^{2{,}3} \approx 9{,}97$)

a) 9 anos b) 10 anos c) 2 anos e 3 meses d) 6 anos e) 4 anos

CURSO AMBRÓSIO ELIAS

MATEMÁTICA – PROFESSOR AMBRÓSIO ELIAS

26. (UNICAMP/2009) O sistema de ar condicionado de um ônibus quebrou durante uma viagem. A função que descreve a temperatura (em graus Celsius) no interior do ônibus em função de t, o tempo transcorrido, em horas, desde a quebra do ar condicionado, é $T(t) = (T_0 - T_{ext}).10^{-t/4} + T_{ext}$, onde T_0 é a temperatura interna do ônibus enquanto a refrigeração funcionava, e T_{ext} é a temperatura externa (que supomos constante durante toda a viagem). Sabendo que $T_0 = 21$ºC e $T_{ext} = 30$ºC, responda às questões abaixo.
a) Calcule a temperatura no interior do ônibus transcorridas 4 horas desde a quebra do sistema de ar condicionado.
b) Calcule o tempo gasto, a partir do momento da quebra do ar condicionado, para que a temperatura subisse 4ºC. Se necessário, use $\log_{10} 2 \approx 0,30$, $\log_{10} 3 \approx 0,48$ e $\log_{10} 5 \approx 0,70$.

27. (UFPB) Se $8^{x-3} = 4^x$, então $\log_3 x$ é igual a:
a) 1 b) 3 c) 2 d) 4 e) 9

28. (UEPB/2008) O valor de $\sqrt{8^{0,666\cdots}} - \log_2 0,5$ é igual a:
a) 4 b) 2 c) 1 d) 3 e) 5

29. (UNIMONTES/2009) Se $\log_3 x = 6$, então $\log_3 3\dfrac{\sqrt{x}}{27}$ vale
a) 5. b) 0. c) 1. d) −1.

30. (CFS/2009) Se x e y são números reais positivos, $\text{colog}_2 \dfrac{1}{32} = x$, e $\log_y 256 = 4$, então x + y é igual a:
a) 2 b) 4 c) 7 d) 9

31. (CFS/2009) Sejam x, y e b números reais maiores que 1. Se $\log_b x = 2$ e $\log_b y = 3$, então o valor de $\log_b(x^2y^3)$ é
a) 13 b) 11 c) 10 d) 8

32. (UECE/2009) Se u é o número real positivo e diferente de 1, tal que $\log_u 7 = -\dfrac{1}{3}$, então $\log_{\frac{1}{u}} 117649$ é igual a
a) 2 b) 3. c) 1/2 d) 1/3

33. (UNIMONTES/2010) Se $\log_5(a - b) = x$ e $a + b = 25$, então o valor de $\log_5(a^2 - b^2)$, em função de x, é
a) x + 5. b) x − 2. c) x + 2. d) x − 5.

34. (UEMS/2009) Se $\log_2(2^{2x} + 12) = 4x$, então x é:
a) −1 b) 0 c) 1 d) $\sqrt{2}$ e) 2

35. (FEI/2009) A solução do sistema $\begin{cases} x + y = \dfrac{4}{3} \\ 2\log_3 x - \log_3 y = 1 \end{cases}$ é um par (x, y) tal que o produto x.y vale:
a) 3 b) 4 c) $\dfrac{3}{4}$ d) $-\dfrac{64}{3}$ e) $\dfrac{1}{3}$

36. (MACK/2009) Se (x, y) é solução do sistema $\begin{cases} 2\log_3 x + 3\log_2 y = 7 \\ \log_3 x - \log_2 y = 1 \end{cases}$, então o valor de x + y é
a) 7 b) 11 c) 2 d) 9 e) 13

CURSO AMBRÓSIO ELIAS

MATEMÁTICA – PROFESSOR AMBRÓSIO ELIAS

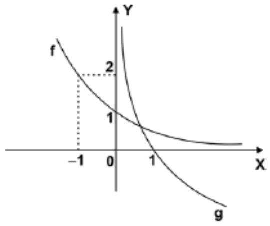
37. (FUVEST/2009) O número real a é o menor dentre os valores de x que satisfazem a equação $2\log_2(1+\sqrt{2}\,x)-\log_2(\sqrt{2}\,x)=3$ Então, $\log_2\left(\frac{2a+4}{3}\right)$ é igual a

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{2}$ c) 1 d) $\frac{3}{2}$ e) 2

38. (CEFET-PI/2009) Se x é um número real, $x > \frac{1}{3}$ e $\log_2(3x-1) - \log_{\sqrt{2}} x = 1$, então a soma dos possíveis valores de x é:

a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{3}$ d) 3 e) $\frac{3}{5}$

39. (UEPB/2010) Na figura abaixo tem-se os gráficos da função exponencial $f(x) = a^x$ e da sua inversa $g(x) = \log_a x$. Se g(P) = –2, então P é:



a) 4
b) 5/3
c) 29/9
d) 3/5
e) 10/9

40. (UERJ/2010) Suponha que x e y são números reais positivos que apresentam logaritmos com bases diferentes, conforme as igualdades a seguir: $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(x + y)$ Calcule a razão $\frac{y}{x}$.

41. (UFPA/2010) Em 2007, um negociante de arte novaiorquino vendeu um quadro a um perito, por 19.000 dólares. O perito pensou tratar-se da obra hoje conhecida como La Bella Principessa, de Leonardo Da Vinci, o que, se comprovado, elevaria o valor da obra a cerca de 150 milhões de dólares.

Uma das formas de se verificar a autenticidade da obra adquirida seria atestar sua idade usando a datação por Carbono 14. Esse processo consiste em se estimar o tempo a partir da concentração relativa de Carbono 14 (em relação à quantidade de Carbono 12) em uma amostra de algum componente orgânico presente na obra. Considere as seguintes afirmações sobre essa verificação de autenticidade da obra:

(I) A concentração de carbono é dada por uma função do tipo $C(t) = C_0 . e^{-kt}$, com C_0 e k constantes positivas;

(II) A meia-vida do carbono 14 é 5.700 anos, ou seja, a concentração se reduz à metade após 5.700 anos: $C(5.700) = \frac{C_0}{2}$;

(III) Na análise da obra de arte, verificou-se que a concentração de carbono era 95,25%, isto é, que $C(\bar{t}) = 0{,}9525 . C_0$

Tendo por base as informações acima e considerando que $\log_2(0{,}9525) \cong -0{,}0702$, é correto afirmar que a idade da obra $(\bar{t})$ é, aproximadamente,

a) 200 anos. b) 300 anos. c) 400 anos. d) 500 anos. e) 600 anos.

CURSO AMBRÓSIO ELIAS

MATEMÁTICA – PROFESSOR AMBRÓSIO ELIAS

42. (UFG/2010.2) A fórmula a seguir é frequentemente utilizada na modelagem do crescimento de animais (Fórmula de Gompertz): $P(t) = A.10^{(-B.10^{-k.t})}$. Nessa fórmula, P(t) será o peso do animal (massa corporal) em kg quando ele estiver com idade t, sendo a idade dada em meses. Os valores das constantes A, B e k dependem da espécie do animal. Para aplicar esse modelo ao crescimento de certa raça de bovinos, usa-se B = 1,1 e k = 0,04. Considerando que o peso ao nascer, P(0), de um determinado animal é de 40 kg, qual será, aproximadamente, a idade, em meses, que esse animal terá quando atingir 250 kg de peso? (Use: log(2) = 0,30, log(3) = 0,48 e log(11) = 1,04

43. (FUVEST/2011) Determine o conjunto de todos os números reais x para os quais vale a desigualdade $|\log_{16}(1-x)^2 - \log_4(1+x)| < \frac{1}{2}$

44. (UNESP/2009.2) O número de bactérias de uma população no instante t é dado por $M(t) = M(0) . 10^{k \cdot t}$, em que k é a taxa média de crescimento da população e M(0), o número de bactérias encontrado no instante t = 0 segundo. Sabe-se que no instante t = 3 segundos a população é de 400 bactérias e no instante t = 10 segundos é de 600 bactérias. Nessas condições, qual será o valor da taxa média de crescimento da população de bactérias? Use: log 1,5 = 0,176

45. (Uni. Potiguar/2010) O Instituto TERRA utiliza a equação $MT = \log(A.F) + 3{,}30$ para obtenção da magnitude de um terremoto, em que A é a amplitude da onda e F a frequência. O valor da amplitude registrada no sismógrafo para um terremoto de 4,3 na escala Richter com frequência 1 Hz é:
a) 35 b) 20 c) 10 d) 30

46. (UFLA/2011) Se $\log_2 a = \sqrt{2}$ e $2\log_2 b = \sqrt{3}$, então, o valor de $\log_2(ab)^{\sqrt{2}}$ é:
a) $(\sqrt{6})^{\sqrt{2}}$ b) $2 + \sqrt{6}$ c) $4\sqrt{3}$ d) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

47. (CEFET-MG/2009.2) O nível de pressão sonora (NPS), em dB, é dado pela seguinte equação: NPS = 10. $\log\left(\frac{I^2}{I_0^2}\right)$, em que $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2 (menor nível de intensidade que o ouvido humano pode captar). A medição sonora, em uma festa, acusou uma intensidade $I = 10^{-5}$ W/m^2 e o NPS em um tráfego pesado de veículos atingiu 80 dB. Portanto, a razão entre o NPS da festa e o do tráfego é
a) 2/5 b) 4/9 c) 7/4 d) 8/3

48. Um restaurante adota a seguinte promoção: dá um desconto de 20% na despesa desde que o cliente resolva uma questão matemática, onde a resposta é o valor da despesa sem o desconto. Para quem acertar tem o desconto e quem errar paga integral. Um cliente recebe a seguinte equação para resolver: $\log_4 8 + \log_4 (x + 3) - \log_4 (x - 1) = 2$. Sabendo que o mesmo acertou a questão, quanto irá pagar ? (resposta em real)
a) R$ 6,00 b) R$ 4,00 c) R$ 5,00 d) R$ 3,50 e) R$ 4,50

49. (UFCG/2007.2) Uma pessoa tomou uma injeção de um medicamento. A quantidade de certa dosagem **d** desse medicamento, em miligramas, presente na corrente sangüínea dessa pessoa é modelada pela equação **$d(t)=300e^{-kt}$** , na qual o tempo **t** é medido em horas e **k** é uma constante que depende da droga injetada. Para que após **5** horas, ainda existam **15mg** do medicamento presente na corrente sangüínea da pessoa, a constante de decaimento k deve ser:
a) − ((ln (15 x 10²))/5). b) $\frac{1}{5}\ln 5 + \frac{2}{5}\ln 2$. c) $\ln 5 + \frac{2}{5}\ln 15$.
d) − ((ln (15/2))/5). e) (ln (15)/5)

CURSO AMBRÓSIO ELIAS

MATEMÁTICA – PROFESSOR AMBRÓSIO ELIAS

50. (UFLA) O valor da expressão numérica $(10+4\sqrt{2})\log_2\left(\frac{2^2(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}{2^{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{2}}\right)$ é um número inteiro. Determine esse número.

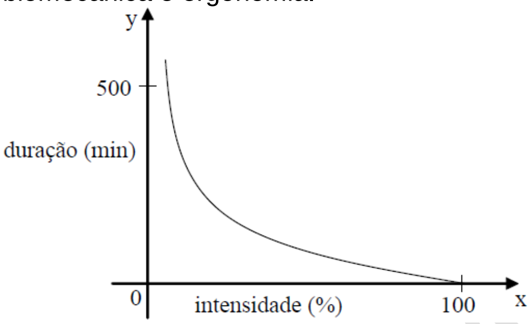
51. (FUVEST/2010) Tendo em vista as aproximações $\log_{10}2 \cong 0{,}30$, $\log_{10}3 \cong 0{,}48$, então o maior número inteiro n, satisfazendo $10^n \le 12^{418}$, é igual a

52. a) 424 b) 437 c) 443 d) 451 e) 460

53. (UFPB/2010) Uma amostra contendo 10^{12} bactérias é submetida a um choque térmico. Estudos experimentais mostram que, t segundos após o início do choque, morrem x bactérias e que as variáveis t e x relacionam-se de acordo com a expressão $t = 50\ln\left(\frac{10^{12}}{10^{12}-x}\right)$. Com base nessas informações, é correto afirmar que o tempo necessário para que morram 20% das bactérias inicialmente presentes na amostra é: (Use $\ln 2 = 0{,}7$ e $\ln 5 = 1{,}6$)

54. a) 6 s b) 7 s c) 8 s d) 9 s e) 10 s

55. (PUC-RS/2010.2) O gráfico abaixo representa a duração máxima do esforço muscular contínuo (em minutos) em função da intensidade do esforço exercido (como porcentagem do esforço máximo), conforme estudos de biomecânica e ergonomia.



A equação que melhor descreve essa função é:

a) $y = \log\left(\frac{100}{x}\right)$

b) $y = \log\left(\frac{x}{100}\right)$

c) $y = \log\left(-\frac{x}{100}\right)$

d) $y = \log\left(-\frac{100}{x}\right)$

e) $y = \log(x + 100)$

CURSO AMBRÓSIO ELIAS